



MatteLisT
MATEMATIKKSENTERET

FILTRET FORSKNING, FRA CAMBRIDGE MATHEMATICS

I SAMARBEID MED MATEMATIKKSENTERET

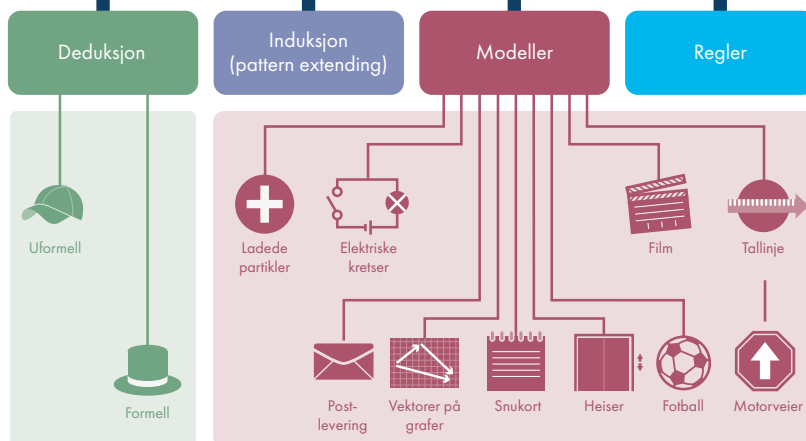
KAFFEPRAT:

HVILKE EFFEKTIVE MÅTER FOR Å INTRODUSERE NEGATIVE TALL FORESLÅR FORSKNING?

OPPSUMMERING

- Ideen om negative tall kan oppleves som underlig og kontraintuitiv for elevene
- Elevene må ha forståelse av tall, både ved telling og måling, som grunnlag for å kunne forstå negative tall
- Tidlig fokus på subtraksjon og god forståelse av begrepet null er viktig
- Å anerkjenne de negative tallene når det undervises i subtraksjon, kan være effektivt, men man bør vente til elevene har forstått strukturen i tallsystemet vårt
- Elevene kan blande negative tall, desimaltall og brøker.
- Lærerne bør vurdere språkbruken rundt negative tall nøye, spesielt ved bruk av ordene «minus» og «negativ».
- Det finnes nyttige modeller og metaforer for å lære om negative tall, men ingen som er representative alene. Alle har sine begrensninger.
- Elevene må forstå minst tre aspekter ved minustegnet: unær (én variabel), binær (to variabler) og symmetrisk

Strategier ved undervisning av multiplikasjon med negative tall



Hentet fra Peterson, *The Arithmetic Teacher*, copyright 1972, av the National Council of Teachers of Mathematics (all rights reserved) og Arcavi & Bruckheimer (1981)

1

De negative tallene har en overraskende kort historikk i læreplaner,¹ og selv matematikerne så på de negative tallene som «absurde» og «meningsløse».² Negative tall representerer en begrepsmessig motsetning hos elevene, noe som gjør det vanskelig å forholde seg til dem. Elevene må omstrukturere forståelsen av tall for å kunne forstå de negative tallene.^{2,3} For å kunne arbeide med negative tall må elevene ha forståelse av tall, både som telling og måling (mengde).⁴ Negative tall er elevenes første møte med fiktive tall (tall som ikke kan modelleres med fysiske objekter).⁵ Det er foreløpig lite forskning rettet mot læring av heltall (positive og negative hele tall).³

IMPLIKASJONER: Negative tall fører til begrepsmessig endring hos elevene

Ideen om negative tall er relativt ny, og da de er fiktive tall, kan de være vanskelige å forstå for elevene

Elevene må forstå tall både gjennom telling og måling (mengde) for å kunne tilegne seg god forståelse av negative tall

“Det er ennå ikke funnet noen god modell som på en åpenbar måte viser alle egenskapene til heltall”

Leddy, 1977

“Enn da jeg skjønnte at ingen kunne forklare meg hvordan minus ganger minus blir pluss?”

Stendhal, 1890

2

Yngre barn (7–8 åringer) er i stand til å løse enkle kontekstopp-gaver som involverer negative tall i teksten, men de kan ikke bruke formell notasjon.⁴ Forskerne er foreløpig uenige om når og hvordan negative tall bør introduseres. Noen mener at matematiske strukturer først må være på plass,⁶ mens andre peker på behovet for å anerkjenne eller utforske negative tall som en del av tidlige ideer (f.eks. subtraksjon).⁷ Tidlig fokus på tallforståelse, spesielt subtraksjon og utforsking av aspekter ved tallet null, foreslås som grunnlag for å lære om negative tall.⁸

IMPLIKASJONER: Det å utsette introduksjonen av negative tall kan føre til misoppfatninger

Bevissthet om matematiske strukturer er en nødvendig forutsetning i arbeid med negative tall

Det anbefales å bruke betydelig tid på subtraksjon og nullbegrepet tidlig i grunnskolen

3

Elevne utfordres på tre områder når de lærer om negative tall: det å forstå posisjonssystemet, det å regne med negative tall, og betydningen av selve minustegnet.² Forvirring knyttet til desimaltall, brøk og negative tall er vanlig. Språket knyttet til negative tall kan være vanskelig for elevene å forstå fordi ordet «minus» beskriver både fortegn og operasjon.

IMPLIKASJONER: Uten et grundig tallbegrep kan elevene ha vansker med å forstå de negative tallene

Elevne kan blande negative tall, desimaler og brøk

Det anbefales å være språklig bevisst når man snakker om negative tall

4

Det finnes flere modeller for å introdusere og lære om negative tall (se bildet), men ingen av dem er metaforisk representative.¹ Mange studier har forsøkt, uten særlig hell, å avgjøre hvilke modeller som kan være mest effektive for elevene.⁵ Det er et spenningsfelt mellom det å rettferdiggjøre og forklare negative tall ved intern konsistens (symbolske ideer) og det å rettferdiggjøre dem gjennom realistiske og konkrete ideer.³ Det er viktig å bruke eksempler fra den virkelige verden der det er mulig.² For å oppnå full forståelse av negative tall må elevene kunne tolke minustegnet på minst tre måter: unært (å vite at tegnet gjør det påfølgende tallet negativt), binært (det å ta bort) og symmetrisk (det motsatte av et tall: det negative tallet -5 er det motsatte av 5 (danner en symmetri rundt tallet 0)).⁵ Mennesker behandler negative og positive tall forskjellig. Det ser ut til at de fleste også innehar en mental negativ, romlig tallinjemodell,¹¹ noe som tyder på at bruk av tallinjemodeller i klasserommet er effektivt. Det er viktig for lærere å forstå begrensninger ved og forutsetninger for bruk av modeller/ metaforer, ettersom de kan være til stor hjelp, men å bruke dem inkonsekvent kan forårsake forvirring.⁸

IMPLIKASJONER: Det finnes mange nyttige modeller og metaforer til bruk i undervisning av negative tall, men ingen er representative alene, og alle har sine begrensninger

Lærere kan bruke logiske deduksjoner eller eksempler (eller begge deler) for å forklare negative tall, men det er et spenningsfelt mellom dem

Elevne bør forstå tre aspekter ved minustegnet: unær, binær og symmetrisk

Isolert arbeidsminnetrening vil ikke føre til forbedringer i matematisk forståelse

REFERENCES

1. Arcavi, A., & Buckheimer, M. (1981). How Shall We Teach the Multiplication of Negative Numbers? *Mathematics in School*, 10(5), 31–33
2. Aliparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31–47
3. Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I., Schappelle, B. P., & Lewis, M. L. (2014). Obstacles and Affordances for Integer Reasoning: An Analysis of Children's Thinking and the History of Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 19–61
4. Bellamy, A. (2015). A Critical Analysis of Teaching and Learning Negative Numbers. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 29
5. Stephan, M., & Akyuz, D. (2012). A Proposed Instructional Theory for Integer Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 428–464
6. Beswick, K. (2011). Positive Experiences with Negative Numbers: Building on Students in and out of School Experiences. *Australian Mathematics Teacher*, 67(2), 31–40
7. Bofferding, L. (2014). Negative Integer Understanding: Characterizing First Graders' Mental Models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194–245
8. Kilhamn, C. (2011). Making sense of negative numbers through metaphorical reasoning.pdf. University of Gothenburg.
9. Stacey, K., Helme, S., & Steinle, V. (2001). Confusions Between Decimals, Fractions and Negative Numbers: A Consequence of the Mirror as a Conceptual Metaphor in Three Different Ways. *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 8.
10. Haylock, D. (2014). *Mathematics Explained for Primary Teachers* (5th ed.). SAGE Publications Ltd.
11. Fischer, M. H., & Rattmann, L. (2005). Do negative numbers have a place on the mental number line? *Psychology Science*, 47(1), 11